

SoSe 2007 7/4/07

Prof. Dr. E. Frey
Dr. T. Franosch

Lehrstuhl für Statistische Physik
Biologische Physik & Weiche Materie
Arnold-Sommerfeld-Zentrum für Theoretische Physik
Department für Physik

Ludwig
Maximilians
Universität



T II: Elektrodynamik (Prof. E. Frey)

Übungsklausur

Aufgabe 1 Verständnisfragen

(46 Punkte)

Die folgenden Fragen sind **stichpunktartig** und **ohne** ausführliche Rechnungen zu beantworten.

- a) Formulieren und benennen Sie die Maxwell-Gleichungen in Materie und erklären Sie stichpunktartig deren physikalischen Inhalt. (4 P.)
- b) Wie manifestiert sich die Lenzsche Regel in den Maxwell-Gleichungen? (1 P.)
- c) Was versteht man unter Eichfreiheit der elektromagnetischen Potentiale? Erläutern Sie Lorenz-Eichung, Coulomb-Eichung und Strahlungseichung. (4 P.)
- d) Wie lautet das elektrostatische Potential einer Punktladung in zwei Dimensionen? (1 P.)
- e) Skizzieren Sie das Magnetfeld eines unendlich langen stromdurchflossenen Drahts und geben Sie die radiale Abhängigkeit an. (2 P.)
- f) Was versteht man unter optischer Aktivität? (1 P.)
- g) Welche Klasse von Problemen wird durch Legendre-Polynome gelöst? (1 P.)
- h) Warum gibt es keine Monopolstrahlung in der Elektrodynamik? (1 P.)
- i) Skizzieren Sie die Bewegung eines Elektrons in zwei Dimensionen unter dem Einfluß von zwei senkrecht zu einander stehenden \vec{E} - und \vec{B} -Feldern. (2 P.)
- j) Nennen Sie zwei Eigenschaften des magnetischen Feldes auf bewegte Ladungen. (2 P.)
- k) Erläutern Sie schematisch die Methode der Spiegelladung am Beispiel einer Ladung vor einer Metallkugel. Skizzieren Sie die elektrischen Feldlinien. (3 P.)
- l) Erklären Sie das Fermatsche Prinzip bei der Lichtausbreitung durch Grenzflächen. Wie unterscheiden sich Strahlen- und Wellenoptik im Fall von Totalreflexion? Was versteht man unter einer evaneszenten Welle? (3 P.)
- m) Welche Stetigkeitsbedingungen gelten für die elektromagnetischen Felder an Grenzflächen? (4 P.)
- n) Wie lautet das Modell des ohmschen Leiters und des idealen Dielektrikums? Ist in diesen Medien Wellenausbreitung möglich? Wenn ja, geben Sie die Dispersionsrelation an. (3 P.)
- o) Skizzieren Sie den Real- und Imaginärteil der dielektrischen Funktion für das Lorentz-Drude-Modell. Wie erhält man daraus qualitativ die möglichen Moden der Wellenausbreitung? (3 P.)

- p) Bestimmen Sie die Gruppen- und Phasengeschwindigkeit eines Wellenpakets im idealen Plasma; das Spektrum des Wellenpakets sei stark um k_0 konzentriert. (2 P.)
- q) Ein Wellenpaket bewege sich in einem dispersiven Medium. Geben Sie die allgemeine Zeitabhängigkeit der Breite des Wellenpakets an. (1 P.)
- r) Wie lautet der Energieerhaltungssatz für elektromagnetische Strahlung im Vakuum? Benennen und erläutern Sie kurz die auftretenden Größen. (2 P.)
- s) Wie berechnet man die Oberflächenladung einer dielektrischen Grenzfläche im Vakuum? (1 P.)
- t) Erläutern Sie die Kramers-Kronig-Relationen. Welche Bedingung muß die Suszeptibilität erfüllen, damit das Kausalitätsprinzip gewahrt bleibt? (2 P.)
- u) Wie lautet die radiale Abhängigkeit der elektromagnetischen Felder für elektrische Dipolstrahlung? (1 P.)
- v) Geben Sie die eindimensionale Wellengleichung und ihre allgemeine Lösung nach d'Alembert an. (2 P.)

Aufgabe 2 Zylinder

(25 Punkte)

Betrachten Sie einen Zylinder mit Radius R mit magnetischer Permeabilität μ . Im Äußeren des Zylinders gelten die Eigenschaften des Vakuums. Dieser Zylinder werde nun einem ursprünglich homogenem magnetischen Feld \vec{H}_∞ ausgesetzt, derart daß \vec{H}_∞ senkrecht zur Zylinderachse steht.

- a) Begründen Sie, daß im vorliegenden Problem der Magnetostatik ein magnetisches Skalarpotential φ_M mit $\vec{H} = -\vec{\nabla}\varphi_M$ eingeführt werden kann. Welcher Gleichung genügt φ_M ?
- b) Formulieren Sie Anschlußbedingungen für die magnetischen Felder und das magnetostatische Potential an den Grenzflächen.
- c) Aufgrund der Symmetrie des Problem bieten sich Zylinderkoordinaten an. Begründen Sie, dass φ_M von z unabhängig ist, d.h. $\varphi_M(\vec{r}) = \varphi_M(r, \vartheta)$.
- d) Führen Sie einen Separationsansatz $\varphi_M(r, \vartheta) = R(r)\Theta(\vartheta)$ ein, um die zweidimensionale Laplace-Gleichung

$$\nabla^2 \varphi_M = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi_M}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi_M}{\partial \vartheta^2} = 0$$

allgemein zu lösen.

Ergebnis zur Kontrolle:

$$\varphi_M(r, \vartheta) = a_0 \ln r + b_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m r^m + b_m r^{-m}) [C_m \cos(m\vartheta) + S_m \sin(m\vartheta)] \quad (*)$$

- e) Verwenden Sie nun Gleichung (*) als Ansatz, berechnen Sie φ_M , und bestimmen Sie das Verhalten der Felder in beiden Teilbereichen.

Aufgabe 3 Reflexion am Metallspiegel

(25 Punkte)

Eine ebene Welle der Frequenz ω fällt aus dem Vakuum senkrecht auf eine ebene Metalloberfläche der Leitfähigkeit $\sigma \gg \omega$ ein. Das Medium werde näherungsweise durch die dielektrische Funktion $\varepsilon(\omega) = 4\pi i\sigma/\omega$ charakterisiert.

- a) Begründen Sie folgenden Ansatz für das elektrische Feld und interpretieren Sie die einzelnen Terme:

$$\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}_i e^{-i\omega t} \begin{cases} e^{ikz} + r e^{-ikz} & \text{für } z < 0 \text{ (Vakuum)} \\ t e^{iqz} e^{-\kappa z} & \text{für } z > 0 \text{ (Metall)} \end{cases}$$

Wie sind die Wellenzahlen q und k sowie die inverse Eindringtiefe κ mit der Frequenz verknüpft?

- b) Bestimmen Sie den Reflexionskoeffizienten $R = |r|^2$. Warum ist $R < 1$, obwohl es keinen Energietransport durch das Medium gibt?
- c) Zeigen Sie, daß die elektromagnetischen Felder in dem vorliegenden guten Leiter Diffusionsgleichungen anstelle von Wellengleichungen erfüllen.

Aufgabe 4 *Gyrotrope Medien*

(25 Punkte)

Ein gyrotropes Medium sei durch die konstituierenden Gleichungen

$$\vec{B} = \vec{H} \quad \text{und} \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E} - \vec{\gamma} \times \partial_t \vec{E}$$

mit dem Skalar $\varepsilon > 0$ und dem Pseudovektor $\vec{\gamma} \neq 0$ charakterisiert. Betrachten Sie ebene monochromatische Wellen in diesem Medium.

- a) Führen Sie eine raum-zeitliche Fourier-Transformation der Maxwell-Gleichungen sowie der konstituierenden Gleichungen durch. Welche elektromagnetischen Felder sind transversal?
- b) Bestimmen Sie die Dispersionsrelation in der Form $k = k_{\pm}(\omega)$ für den Spezialfall, daß der Wellenvektor parallel zu dem Pseudovektor $\vec{\gamma} = \gamma \hat{e}_z$ liegt. Führen Sie dazu eine sphärische Basis $E_{\pm} = (E_x \mp iE_y)/\sqrt{2}$ und analog für die anderen Felder ein.
- c) Diskutieren Sie das Verhalten einer linear polarisierten Welle, die in Richtung $\vec{\gamma}$ und $-\vec{\gamma}$ mit der Frequenz ω auf das Medium einfällt. Worin besteht der Unterschied zur optischen Aktivität?

Die Klausur findet am 20. 7. 2007 um 11⁰⁰ Uhr im Großen Physikhörsaal statt. Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Bitte bringen Sie Personalausweis und Studentenausweis mit.