

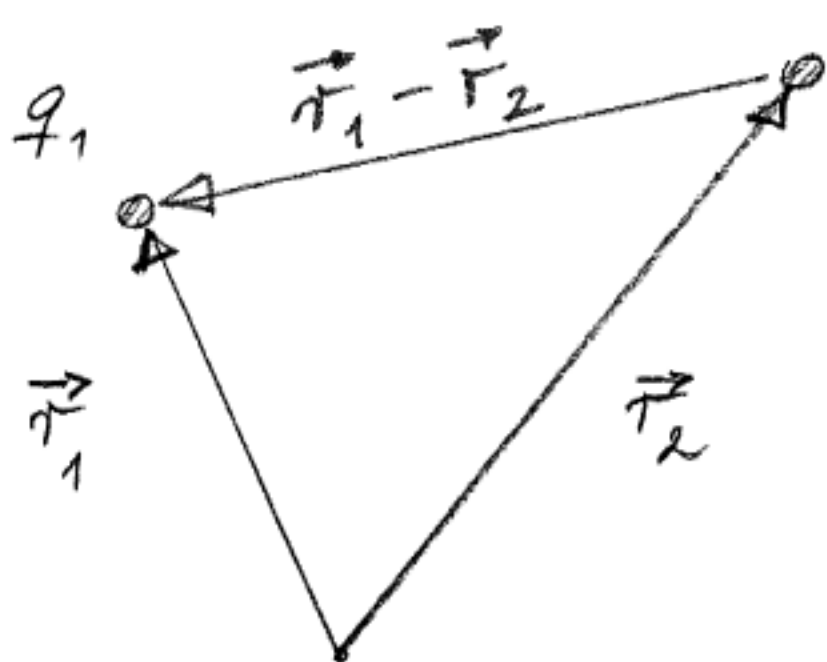
2. Die Grundgleichungen der Elektrodynamik

Die Elektrodynamik beschreibt elektrische und magnetische Felder, ihre Erzeugung durch Ladungen und elektrische Ströme, ihre Ausbreitung (elektromagnetische Wellen) und ihre Wechselwirkung mit Materie.

2.1. Ladungen und Ströme

Neben Masse und anderen Merkmalen besitzt Materie die Eigenschaft, dass sie „elektrisch geladen“ ist. Die Ladung q eines Körpers ist eine extensive Größe, die sowohl positiv als auch negativ sein kann. Das Coulomb'sche Gesetz fasst die Erfahrung über Kräfte zwischen ruhenden Punktladungen*) zusammen:

$$\vec{F}_{12} = k q_1 q_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = - \vec{F}_{21}$$



q_2
 \vec{F}_{12} : Kraft der Ladung q_2
auf die Ladung q_1
 $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$: Abstandsvektor

beliebig gewählter Ursprung
eines Koordinatensystems

*) Punktladungen sind idealisierte Objekte, deren Ausmaße klein gegenüber ihren Abständen sind (im Idealfall mathematische Punkte).

Die Wahl der Konstante k legt das System der Einheiten fest.

Elektrostatische Einheiten (ESU) $k=1$

Die Einheitsladung wird so gewählt, daß solche über einen Abstand von 1 cm eine Kraft von 1 dyn aufeinander ausüben:
 $1 \text{ esu} = 1 \text{ cm dyn}^{1/2}$ ($1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$).
Damit wird die Einheit der Ladung über rein mechanische Größen definiert. Wir werden diese Einheitenwahl in der Vorlesung verwenden.

SI (MKSA) Einheiten (System Internationale)

Zu den mechanischen Grundeinheiten Meter, Kilogramm, Sekunde tritt als elektrische Einheit der Ampere für die Stromstärke hinzu, daraus ergibt sich die Ladungseinheit

$$1 \text{ C (Coulomb)} = 1 \text{ As}$$

Das Ampere ist so definiert, daß

$$k = 10^{-7} \text{ C}^2 \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

mit $c = 2,9979250 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (Lichtgeschw. im Vakuum), kann man setzen

$$\underline{k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}}; \quad \epsilon_0 = 8,8543 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \text{s}^2}{\text{Nm}^2},$$

mit der Infinitesimalkonstante (oder auch Dielektrizitätskonstante des Vakuums) ϵ_0 .

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}; \quad 1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Daher auch CGS = Centimeter - Gramm - Sekunde System
und MKSA = Meter - Kilogramm - Sekunde - Ampere System.

Da wesentliche an dem Coulombschen Gesetz
ist natürlich wieder die Lage der Erheiter,
sondern

$$(1) F \sim \frac{1}{r^2}$$

$$(2) \text{ zentraler Charakter} \sim \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$$

(3) Superpositionsprinzip: Die elektrischen
Kräfte, die auf eine Probeladung q von
mehreren Ladungen q_1, q_2, \dots ausgeübt
werden, überlagern sich ungestört, ohne
daß die Anwesenheit der verschiedenen
Ladungen die Kraft zwischen q und einer
bestimmten Ladung q_i verändert.

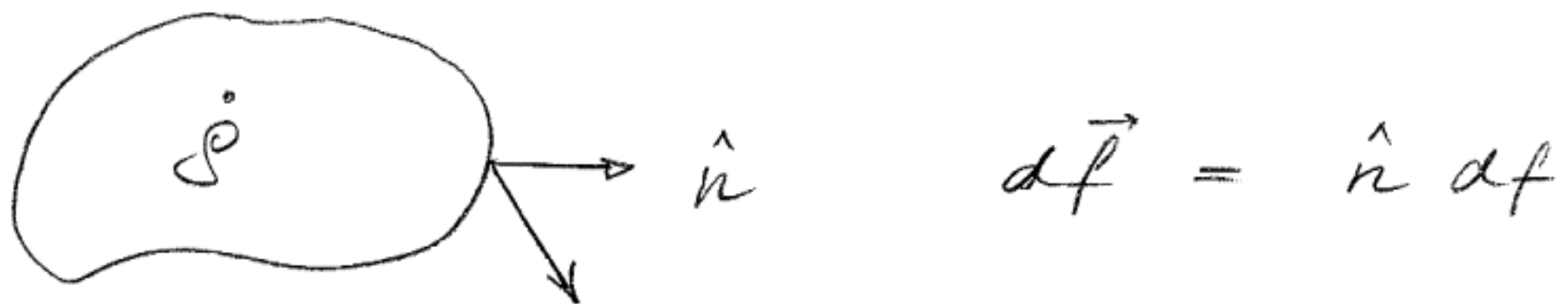
Leiten Eigenschaften der Ladungen

Ladungen sind extensiv, d. h. die Gesamt-
ladung Q eines Körpers ergibt sich aus der
Summe der Teil Ladungen q_i

$$Q = \sum_i q_i$$

Ladungen sind erhalten, d. h. die zeitliche
Änderung einer Ladungsdichte $\rho(\vec{r}, t)$ in
einem Volumen V entspricht genau dem
Stromfluß (Ladungsfluß) durch die Oberfläche
 ∂V dieses Volumens

$$\int_V dV \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \oint_{\partial V} \vec{j} \cdot d\vec{f}$$



$$d\vec{A} = \hat{n} dA$$

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \quad \text{Stromfluß}$$

$$\rightarrow \boxed{\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

(am Gauß'schen Satz)

2.2. Die Lorentzkraft

Wir abstrahieren nun von der Kraftwirkung zwischen zwei nahenden Ladungen auf den Begriff des elektrischen Feldes:

$$\vec{E} := \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{\Delta q}$$

also als die Kraft einer Ladungsanordnung auf eine Testladung Δq (pro Testladungsstarke) im Limes $\Delta q \rightarrow 0$.

$$\text{Dann gilt dann } \vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad \text{fur}$$

die Kraft auf eine Punktladung q , die von dem elektrischen Feld \vec{E} erzeugt wird.

Kann beobachtet man, daß zur vollstandigen Charakterisierung der Kraft auf eine ^{bewegliche} Punktladung neben dem elektrischen Feld \vec{E} ein weiteres Feld \vec{B} notwendig ist, so daß insgesamt gilt

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right)} \quad [\text{AXIOM 1}]$$

wobei \vec{v} die Geschwindigkeit der Ladung, und c die Lichtgeschwindigkeit ist. \vec{B} heiet magnetische Feld und \vec{F} Lorentzkraft.